

# Musterlösungen zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

am 12. Juli 2022

Name: <b>Denavit</b>	Vorname: <b>Hartenberg</b>	Matrikelnummer: $\frac{\pi}{2}$
-------------------------	-------------------------------	------------------------------------

Aufgabe 1	von 6 Punkten
Aufgabe 2	von 8 Punkten
Aufgabe 3	von 7 Punkten
Aufgabe 4	von 7 Punkten
Aufgabe 5	von 7 Punkten
Aufgabe 6	von 7 Punkten
Aufgabe 7	von 3 Punkten

<b>Gesamtpunktzahl:</b>	45 von 45 Punkten
-------------------------	-------------------

	<b>Note: 1,0</b>
--	------------------

## Aufgabe 1 *Mathematik*

1. Die finale Rotationsmatrix wird wie folgt berechnet (Reihenfolge: von links nach rechts): 4 P.

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Da  $\beta = 0$ , haben wir

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma & -\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & 0 \\ \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\alpha + \gamma) & -\sin(\alpha + \gamma) & 0 \\ \sin(\alpha + \gamma) & \cos(\alpha + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

2. Das Ändern der Werte von  $\alpha$  und  $\gamma$  in der obigen Matrix hat die gleichen Auswirkungen: der Drehwinkel  $\alpha + \beta$  ändert sich, aber die Drehachse bleibt in  $z$ -Richtung. Das bedeutet, dass ein Freiheitsgrad verloren gegangen ist, was zu Gimbal Lock führt, wenn  $\beta = 0$ . 1 P.
3. Weitere Nachteile: 1 P.
- Nicht eindeutig;
  - Nicht kontinuierlich. Eine stetige Interpolation zwischen zwei Eulerwinkeln ist nicht möglich.

## Aufgabe 2 Kinematik

### 1. Manipulierbarkeits-Matrix

(a) Formel für die Manipulierbarkeit:

1 P.

$$A(\theta) = J(\theta) \cdot J(\theta)^\top$$

(b) Manipulierbarkeits-Matrix für  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$  und  $\theta_2 = -\frac{\pi}{2}$ :

1 P.

$$J(\theta) = \begin{pmatrix} -L_1 & 0 \\ L_2 & L_2 \end{pmatrix}$$

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} -L_1 & 0 \\ L_2 & L_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -L_1 & L_2 \\ 0 & L_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1^2 & -L_1 L_2 \\ -L_1 L_2 & 2 L_2^2 \end{pmatrix}$$

### 2. Manipulierbarkeits Maße

(a) Benennen und berechnen Sie die 3 skalaren Maße für die Manipulierbarkeit.

4 P.

- Berechnung Eigenwerte  $\lambda_{1,2}$

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{a + c \pm \sqrt{(a + c)^2 - 4 \cdot (a \cdot c - b^2)}}{2} \\ &= \frac{3 + 4 \pm \sqrt{(3 + 4)^2 - 4 \cdot (3 \cdot 4 - (-\sqrt{6})^2)}}{2} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot (12 - 6)}}{2} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} \\ &= \frac{7 \pm 5}{2} \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_2 = 6$$

- Singulärwerte  $\sigma_1 = \sqrt{\lambda_1} = 1$ ,  $\sigma_2 = \sqrt{\lambda_2} = \sqrt{6}$
- Skalare Maße:
  - Kleinster Singulärwert:  $\mu_1(\theta) = \sigma_{\min}(A(\theta)) = 1$
  - Inverse Kondition:  $\mu_2(\theta) = \frac{\sigma_{\min}(A(\theta))}{\sigma_{\max}(A(\theta))} = \frac{1}{\sqrt{6}}$
  - Determinante:  $\mu_3(\theta) = \det(A(\theta)) = a \cdot c - b^2 = 3 \cdot 4 - (-\sqrt{6}^2) = 12 - 6 = 6$

(b) Zwei Einsatzgebiete für die Verwendung der Maße der Manipulierbarkeit

1 P.

- Analyse von Gelenkwinkelkonfigurationen
- Vermeidung von Singularitäten

### Aufgabe 3 Regelung

1. Tragen Sie die Lösung in die nachfolgende Tabelle ein.

3 P.

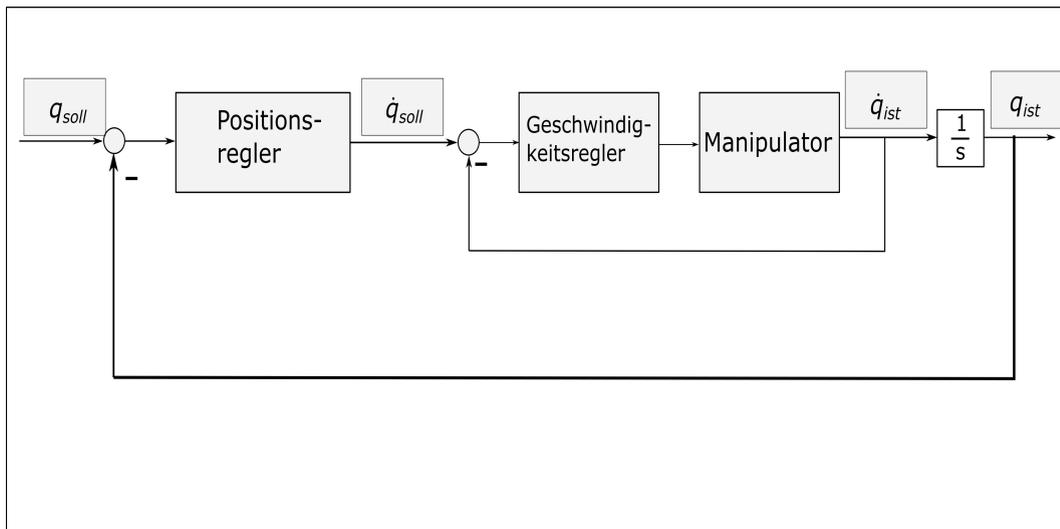
Übertragungsglied	Funktionalbeziehung	Symbol
D-Glied/Differenzierglied	$F_3$	$S_2$
S-Glied/Summierglied	$F_4$	$S_3$
KL-Glied/Kennlinienglied	$F_1$	$S_4$
P-Glied/Proportionalglied	$F_2$	$S_1$

2. Gleichungen für den PI-Regler im Zeit und Frequenzbereich:

2 P.

- $u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$
- $U(s) = (K_p + K_i \cdot \frac{1}{s}) \cdot E(s) = K_p \cdot E(s) + K_i \cdot \frac{1}{s} \cdot E(s)$

3. Vervollständigen Sie das Blockschaltbild:



(a) Ausfüllen:  $\dot{q}_{soll}$ ,  $\dot{q}_{ist}$ , Positionsregler,  $q_{soll}$

1 P.

(b) Erweitern: Rückführung, Subtraktion –

1 P.

## Aufgabe 4 *Bewegungsplanung*

1. Dimensionalität Konfigurationsräume

1 P.

- $P_n$ : 3 (x, y, Drehung um Hochachse)
- $P_a$ : 8 (7 für Arm + 1 für Hand)

2. Unterschied in der Wahl der Bewegungsplanungsalgorithmen:

2 P.

- Navigation: Niederdimensionaler Raum, somit können *Vollständige Algorithmen* verwendet werden.
- Arm-Bewegungsplanung: Hoch-/höherdimensionaler Raum: hier müssen die Eigenschaften der Algorithmen bzgl. Komplexität berücksichtigt werden. Geeignet sind auf jeden Fall *Randomisierte Algorithmen*

Beispielalgorithmus

- $P_n$ : A\*, Sichtgraphen, Voronoi-Diagramme
- $P_a$ : PRM, DRM, , RRT + Varianten

3. A\*-Algorithmus

4 P.

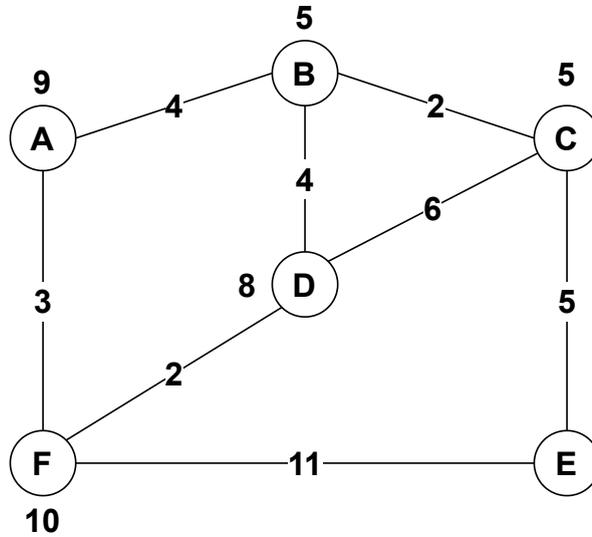


Abbildung 1: Navigationsgraph

Lösung:

- (0) Open Set: {A}, Closed Set: {}, Expandiere A
  - A aus Open Set entfernen und in Closed Set hinzufügen
  - B und F als Nachfolger von A in Open Set hinzufügen
  - $f(v_i)$  bestimmen

$$f(\mathbf{B}) = g(B) + h(B) = (g(A) + \text{cost}(A, B)) + h(B) = (0 + 4) + 5 = \mathbf{9}$$

$$f(\mathbf{F}) = g(F) + h(F) = (g(A) + \text{cost}(A, F)) + h(F) = (0 + 3) + 10 = \mathbf{13}$$

- (1) Open Set: {B, F}, Closed Set: {A}, Expandiere: B
  - B aus Open Set entfernen und in Closed Set hinzufügen
  - C und D als Nachfolger von B in Open Set hinzufügen
  - $f(v_i)$  bestimmen

$$f(\mathbf{C}) = g(C) + h(C) = (g(B) + \text{cost}(B, C)) + h(C) = (4 + 2) + 5 = \mathbf{11}$$

$$f(\mathbf{F}) = g(F) + h(F) = (g(B) + \text{cost}(B, F)) + h(F) = (4 + 4) + 8 = \mathbf{16}$$

- (2) Open Set: {F, C, D}, Closed Set: {A, B} Expandiere: C

4. Eigenschaft: A\* findet eine optimale Lösung, wenn Heuristik h zulässig/optimistisch ist. Dies Heuristik h ist zulässig/optimistisch, wenn sie die minimalen Kosten zum Ziel nicht überschätzt / nur unterschätzt.

1 P.

$\Rightarrow c_o(v_j)$  muss  $\geq 0$  sein

## Aufgabe 5 Greifen

1. (a) Wenn ein Griff kraftgeschlossen ist, kann theoretisch beliebigen Wrenches (Kräften und Drehmomenten), die auf das Objekt wirken, widerstanden werden. 1 P.
- (b) Die Menge der kraftgeschlossenen Griffe ist größer. 1 P.

Begründung: Formschluss bedeutet Kraftschluss ohne Reibung, sodass jeder formgeschlossene Griff auch Kraftgeschlossen ist. Umgekehrt gibt es aber kraftgeschlossene Griffe, die nicht formgeschlossen sind.
- (c) Der Griff kann nicht formgeschlossen sein, da zum Formschluss in 3D (räumlich) mindestens 7 Kontakte notwendig sind (planar/in 2D sind es mindestens 4). 2 P.

Längere Erklärung (nicht gefordert): Der räumliche Wrench-Space ist 6-dimensional. Entsprechend benötigt es mindestens  $6 + 1 = 7$  Vektoren, um ihn *positiv* aufzuspannen (was für Kraft-/Formschluss notwendig ist). Da wir Punktkontakte **ohne** Reibung annehmen (Formschluss, nicht Kraftschluss), liefert jeder Kontakt maximal einen Wrench. Bei sechs Kontakten werden also lediglich sechs Wrenches erzeugt, was nicht ausreichen kann, um den 6D Wrench Space positiv aufzuspannen.
2. (a) Die mediale Achse ist die Vereinigung der Zentren der maximalen Kugeln in  $H$ . 1 P.
- (b) Mögliche Antworten (maximal 2 zu werten): 2 P.
  - Annähern an Verzweigungspunkte → am Zylindermantel
  - Annähern an Symmetrieachse → am Zylindermantel
  - Annähern an Kreismittelpunkt → am Zylinderdeckel
  - Annähern an den Rand der Öffnung → am Zylinderdeckel

## Aufgabe 6 *Bildverarbeitung*

1. Projektionsmatrix:

$$P = K \cdot (R|t)$$

1 P.

**K** intrinsische Parameter

**(R | t)** extrinsische Parameter

2. Gauß Filter:

(a) Parameter:

2 P.

$\sigma$  Beeinflusst die Glättung; je größer  $\sigma$  desto stärker wird geglättet

$n \mid n \times n$  Größe der Filtermaske, beeinflusst die Güte der Approximation des Filters

(b) Anwendung des Filters:

2 P.

$$\text{Ergebnisbild} = \begin{pmatrix} 42 & 62 & 82 \\ 56 & 60 & 70 \end{pmatrix}$$

3. Segmentierung:

2 P.

Beschreibung: Segmentierung ist die Aufteilung einer Menge in aussagekräftige Segmente

Beispiele:

- Schwellwertfilterung
- Clustering
- Kantenextraktion
- Region-Growing
- Neuronal Netze

## Aufgabe 7 *Roboterprogrammierung*

1. Erfassung:

2 P.

- Möglich wären:
  - Marker-basierte optisch-passive Bewegungserfassung wie VICON, da im Labor, hohe räumlich/zeitliche Genauigkeit, globales Koordinatensystem
  - Marker-basierte optisch-aktive Bewegungserfassung (gleiche Vorteile zu passiv in diesem Kontext)
- Explizit nicht möglich:
  - IMU-basierte Bewegungserfassung: Kein globales Koordinatensystem, da Drift
  - Mechanische Bewegungserfassung: Kein globales Koordinatensystem
  - Marker-lose optische Bewegungserfassung: Nicht präzise genug

2. Problem: Der Roboter muss eine Abbildung der Bewegungen des Lehrers aus der Perception zu einer Sequenz eigener Bewegungen lernen. Deshalb bestimmen das Embodiment und die Körpereinschränkungen, wie beobachtete Aktionen imitiert werden können.

1 P.